

DANILO LOPES FRIMAIO

**ESTUDO DA RUPTURA CIRCULAR DE TALUDES DE  
MINERAÇÃO EM ROCHA FRATURADA**

São Paulo

2017

DANILO LOPES FRIMAIO

**ESTUDO DA RUPTURA CIRCULAR DE TALUDES DE  
MINERAÇÃO EM ROCHA FRATURADA**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
a conclusão do curso de Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo César Sansone

São Paulo

2017

TF-2017

F9/6e

Assu 2880909

H2017i

DEDALUS - Acervo - EPMI



31700010038

Catálogo-na-publicação

Frimaio, Danilo Lopes

Estudo da ruptura circular de taludes de mineração em rocha fraturada /

D. L. Frimaio -- São Paulo, 2017.

0 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo.

1.Lavra de minas 2.Taludes 3.Ruptura circular 4.Elementos finitos  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo II.t.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente ao meu orientador Professor Doutor Eduardo César Sansone pela orientação e cuidado desde a Iniciação Científica, continuando a linha de pesquisa neste Trabalho de Formatura e, futuramente, em um projeto de mestrado.

Agradeço também à minha mãe e ao meu tio pelo apoio contínuo sem o qual não seria possível concluir este trabalho.

## RESUMO

A lavra de minas a céu aberto é uma atividade que requer técnicas de complexidade cada vez mais elevada pois com o passar dos anos as jazidas minerais se tornam mais escassas e os teores lavrados, menores, de modo que a adequada definição da inclinação dos taludes das cavas se mostra crucial, uma vez que esta determina a relação minério/estéril de uma lavra. É importante que o talude da cava seja o mais íngreme possível, garantindo-se a segurança, sendo que esta pesquisa se propõe a analisar o modelo de ruptura circular em maciços rochosos fraturados utilizando dois métodos diferentes: o de Fellenius, tradicional para este tipo de análise, e o dos Elementos Finitos, que vem sendo cada vez mais utilizado em razão da sua versatilidade e da qualidade dos resultados que apresenta. A metodologia utilizada consiste na construção de um Modelo Base, ou seja, um talude com geometria típica utilizada na mineração e com parâmetros mecânicos retirados da literatura, e a análise do mesmo utilizando programas computacionais específicos para as análises pelos métodos de Fellenius e da *Shear Strength Reduction*. Cada método fornece, respectivamente, valores do Fator de Segurança e do *Shear Strength Factor*, sendo que estes foram considerados compatíveis, considerando-se que ambos são fornecidos por duas metodologias diferentes. Foram realizadas também análises de sensibilidade para os parâmetros coesão e ângulo de atrito interno da rocha e também simulações estatísticas pelo método de Monte Carlo, a fim de se determinar a probabilidade de ruptura para o talude segundo o método de Fellenius. Finalmente, foram feitas análises de deformação e identificação da superfície crítica de ruptura do talude, segundo o método da *Shear Strength Reduction*.

Palavras chave: lavra de minas, taludes, ruptura circular, elementos finitos

## ABSTRACT

Open pit mining is an activity which requires increasingly complex techniques because, as the years go by, mineral deposits become meager and its content lower, making a proper definition of the pit slope inclination crucial, since it determines the ore/waste relationship in a mining project. It is important that the pit slope is as steep as possible, maintaining its safety, in which sense this research proposes an analysis of the circular failure in fractured rock masses utilizing two different methods: the Fellenius one, traditional to this type of analysis, and the Finite Elements one, which has been increasingly utilized because of its versatility and results quality. The utilized methodology consists in confectioning a Base Model, a slope with typical mining geometry and mechanical parameters taken from literature, and an analysis of it utilizing specific softwares to the Fellenius and Shear Strength Reduction methods. Each method provides, respectively, values for the Safety Factor and for the Shear Strength Factor, those values being considered compatible in a scenario where two different methods are being used. It was also performed a sensitivity analysis to the cohesion and internal friction angle parameters and also statistic simulations utilizing the Monte Carlo method to determine the probability of failure of the slopes according to the Fellenius method. Finally, it was performed a displacement analysis and identified the critical failure surface of the slope, according to the Shear Strength Reduction method.

Key-words: mining, slopes, circular failure, finite elements.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Proteção de talude na estrada Contorno Norte – Maringá, PR.....	11
Figura 2 - Mina de ferro a céu aberto em Carajás, PA .....	12
Figura 3 - Lavra por bancadas da Companhia Vale, na mina de Brucutu .....	13
Figura 4 - Principais elementos de uma bancada na lavra a céu aberto .....	13
Figura 5 - Lavra em cava.....	14
Figura 6 - Lavra em meia encosta .....	14
Figura 7 - Ruptura do talude em formato circular .....	15
Figura 8 - Diferentes superfícies de ruptura com: 1)Mesmos raios; 2) Mesmos centros; 3) Raios e centros diferentes.....	16
Figura 9 - Esquematização do critério de Mohr-Coulomb .....	17
Figura 10 - Ajuste do critério de Mohr-Coulomb.....	18
Figura 11 - Esquematização da análise do método de Fellenius para a ruptura circular.....	20
Figura 12 - Análise de múltiplas possíveis superfícies de ruptura .....	21
Figura 13 - Exemplo de malha utilizada no Método dos Elementos Finitos .....	22
Figura 14 - Vista lateral do talude analisado no Modelo Base.....	27
Figura 15 - Superfície de ruptura analisada, visualizada no programa Slide.....	28
Figura 16 - Gráfico do Fator de Segurança em função da coesão da rocha .....	29
Figura 17 - Gráfico do Fator de Segurança em função do ângulo de atrito interno da rocha .....	29
Figura 18 - Histograma da distribuição de frequências do Fator de Segurança obtido na análise de Monte Carlo.....	30
Figura 19 - Representação de diferentes posições da linha piezométrica no talude .....	31
Figura 20 - Representação da situação na qual o talude está parcialmente saturado com uma linha piezométrica horizontal .....	32
Figura 21 - Variação do Fator de Segurança em função da posição da linha piezométrica.....	32
Figura 22 - Modelo do talude e malha de elementos finitos utilizada .....	33
Figura 23 - Vista lateral da superfície de ruptura no talude do Modelo Base .....	34
Figura 24 - Deformação total obtida para o talude .....	35
Figura 25 – Vetores de deslocamento indicando a superfície de ruptura.....	35

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	9
1.1 OBJETIVO .....	10
1.2 JUSTIFICATIVA.....	10
2 REVISÃO DA LITERATURA .....	10
2.1 TALUDES .....	10
2.2 TALUDES DE MINERAÇÃO.....	11
2.3 LAVRA EM BANCADAS ( <i>OPEN PIT</i> ) .....	12
2.4 MECANISMOS DE RUPTURA DE TALUDES.....	14
2.4.1 Ruptura circular em solo ou rocha.....	15
2.5 CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB .....	16
2.6 VARIABILIDADE NATURAL DOS PARÂMETROS .....	18
2.7 PRESENÇA DE ÁGUA SUBTERRÂNEA .....	18
2.8 MÉTODOS PARA A ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE DE .....	19
TALUDES .....	19
2.8.1 Método de Fellenius (Método do Equilíbrio Limite de Forças).....	19
2.8.2 Método dos Elementos Finitos – MEF (Método Numérico) .....	21
2.8.3 Método da <i>Shear Strength Reduction</i> .....	23
2.8.4 Análise estatística pelo Método de Monte Carlo .....	23
2.8.5 Avaliação da probabilidade de ruptura .....	24
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	25
3.1 MATERIAIS.....	25
3.2 MÉTODOS.....	25
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	26
4.1 ANÁLISE PELO MÉTODO DE FELLENIUS .....	26
4.1.1 Análise do Modelo Base.....	26

4.1.2 Análise de sensibilidade para o Modelo Base .....	28
4.1.3 Análise probabilística .....	30
4.1.4 Análise da influência da água sobre o talude .....	31
4.2 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	33
4.2.1 Análise da deformação do talude .....	34
5 CONCLUSÕES .....	36
REFERÊNCIAS.....	37

## 1 INTRODUÇÃO

A lavra de minas é uma atividade que demanda a aplicação de técnicas de grande complexidade, pois, com o passar dos anos as jazidas minerais se tornam cada vez mais escassas e os teores lavrados, menores, de maneira que a lavra requer um grau maior de planejamento e o uso de tecnologias avançadas para sua execução. Assim, é necessário um conhecimento aprofundado dos métodos de lavra e das múltiplas variáveis envolvidas, de modo que os projetos desenvolvidos possam garantir o máximo aproveitamento da jazida, aliado à segurança da operação (HARTMAN, 2002).

As jazidas minerais podem ser lavradas em subterrâneo ou a céu aberto. A primeira alternativa apresenta maior dificuldade técnica em relação à segunda, devido a fatores como as grandes tensões às quais as rochas estão submetidas e a variedade de tipos de escavações a serem empregadas em um mesmo projeto, de modo que seu custo de implementação se torna maior do que o da lavra a céu aberto. Assim, é natural que as jazidas superficiais sejam lavradas primeiramente. Isto faz com que a mineração a céu aberto seja mais comum no mundo, sendo também o caso do Brasil.

Dentre as principais técnicas de mineração a céu aberto pode-se citar a cava, a meia encosta e a lavra em tiras. Especialmente os dois primeiros métodos possuem um problema geomecânico em comum: a adequada definição da geometria dos taludes. Uma vez que um projeto de mineração visa o melhor aproveitamento da jazida, da maneira mais segura possível, o ângulo do talude se mostra crucial para esta questão, pois ele determina tanto a relação estéril/minério a ser extraída quanto a estabilidade das faces do talude.

São comumente utilizados diferentes métodos nas análises de estabilidade de taludes, sendo que os que mais se destacam são os de equilíbrio limite, os métodos numéricos e os empíricos. É importante também levar em consideração as incertezas associadas às grandezas em questão, de modo que uma análise estatística se mostra necessária para a adequada determinação de fatores de segurança para os taludes (HOEK; BRAY, 1981).

## 1.1 OBJETIVO

Estudar a condição de estabilidade de um talude de mina a céu aberto suscetível a ruptura circular, incorporando incertezas associadas às propriedades das rochas por meio dos métodos de Fellenius e dos Elementos Finitos.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O mecanismo de ruptura circular foi escolhido em razão de sua possibilidade de ocorrência em maciços rochosos fraturados, também constituídos de rocha alterada ou com baixa coesão e por permitir a análise de superfícies de ruptura que compreendam todo o talude, possibilitando uma análise da sua condição global de estabilidade.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 TALUDES

Os taludes são planos inclinados constituídos de solo ou rocha, podendo ser naturais ou artificiais. Os taludes naturais podem apresentar alto grau de heterogeneidade, proveniente de vários fatores intimamente ligados ao seu processo de formação, como a litologia do local, o clima e a topografia, de modo que seu estudo depende da aplicação de cuidadosos métodos de caracterização (MARANGON, 2009).

Os taludes artificiais (escavados pelo homem em atividades de engenharia normalmente ligadas à construção civil e à mineração) apresentam características “controladas” até certo ponto, de modo que se torna possível aplicar metodologias para sua análise que não seriam possíveis nos taludes naturais (MARANGON, 2009).

Em obras de Engenharia Civil, como na construção de estradas em terrenos com topografia acidentada, por vezes se faz necessário o uso de sistemas de proteção como concreto e tirantes para reforçar os taludes, como está representado na figura 1 (HOEK; BRAY, 1981). Esta prática já não é comum na mineração, onde os taludes possuem caráter mais temporário.

Figura 1 - Proteção de talude na estrada Contorno Norte – Maringá, PR



Fonte - Torcisão (s.d.)

## 2.2 TALUDES DE MINERAÇÃO

A lavra a céu aberto é largamente aplicada nos projetos de mineração pelo mundo, devido a sua maior simplicidade técnica e seu custo reduzido em relação à lavra subterrânea. O limite entre as duas alternativas está relacionado às situações nas quais, para se chegar ao corpo de minério através da lavra a céu aberto, a quantidade de estéril a ser retirada seria tão grande que o projeto se tornaria economicamente inviável, de modo que a lavra subterrânea seja preferível nestes casos (GIRODO, 2005).

A lavra a céu aberto é antecedida por uma série de operações que demandam alto investimento inicial e por vezes muito tempo, de modo que o intervalo entre a descoberta de uma jazida e o início de sua extração costuma levar anos. Nesse ínterim são realizadas operações que visam analisar a viabilidade econômica do projeto, a técnica de exploração a ser empregada (podendo ser uma combinação de várias técnicas, dependendo da forma do corpo de minério e das condições de estabilidade dos taludes) e identificar até que ponto é economicamente viável a lavra da jazida. Para tal, se leva em conta informações como o teor de corte do minério, a relação minério/estéril obtida e o custo de operação da lavra, informações estas que variam com o tempo. Assim, durante a vida útil da mina,

é necessário um monitoramento constante destas variáveis de modo que se determine até que ponto a lavra é economicamente viável (DAMASCENO, 2008).

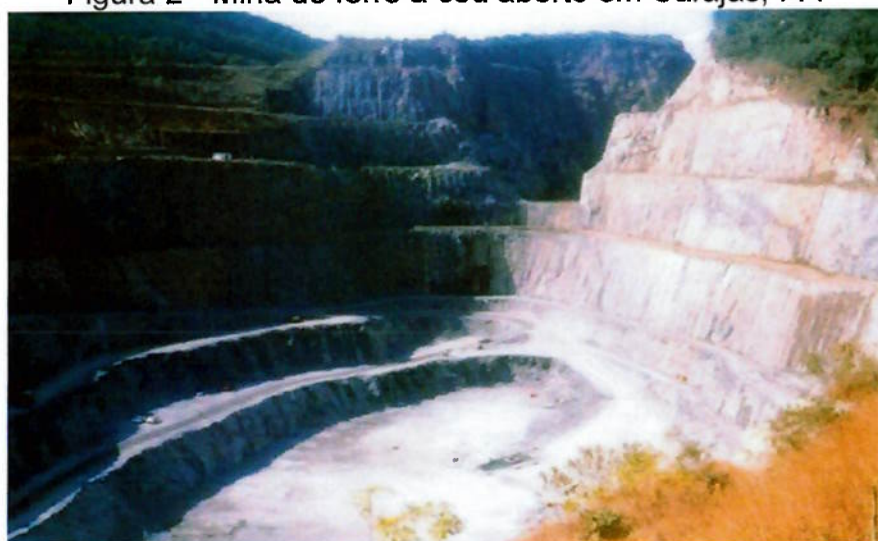
A lavra a céu aberto difere dos outros empreendimentos a céu aberto no sentido de que envolve predominantemente a retirada do material (composto pelo minério e estéril), sendo reduzidas as ocasiões em que reforços são empregados. A lavra é planejada de modo que se maximize a estabilidade da mina, retirando sempre a maior quantidade possível de minério.

### 2.3 LAVRA EM BANCADAS (*OPEN PIT*)

Destaca-se como método mais utilizado em mineração a céu aberto. A lavra em bancadas é ideal para corpos de minério com dimensões de altura e largura consideráveis, sendo que para jazidas nas quais a altura é muito menor que a largura, pode ser mais adequado o uso da lavra em tiras (*strip mining*).

Esta técnica consiste na retirada do minério através de bancadas compostas de planos horizontais e faces subverticais, como se observa na figura 2. O ângulo geral dos taludes se mostra essencial para o planejamento da mina, pois determina o quanto de minério será extraído, garantindo-se a segurança do processo. A figura 3, em comparação com a figura 2, ilustra a influência desse ângulo sobre o aspecto geral da mina.

Figura 2 - Mina de ferro a céu aberto em Carajás, PA



Fonte - Mapcarta (s.d.)

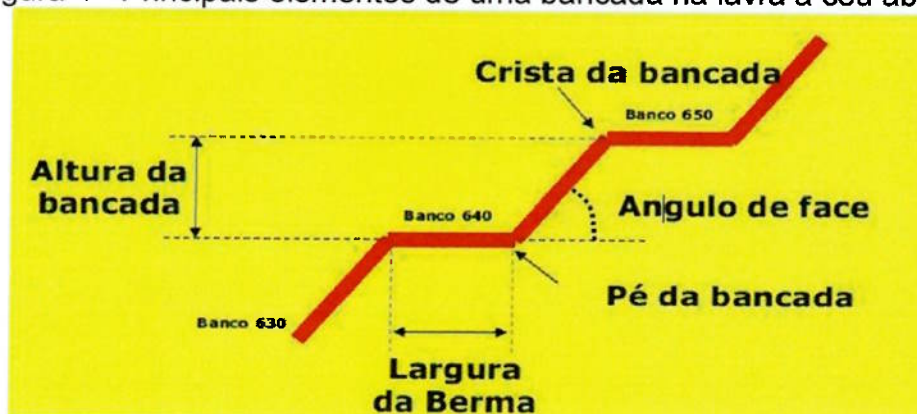
Figura 3 - Lavra por bancadas da Companhia Vale, na mina de Brucutu



Fonte - Time Magazine (2013).

Na figura 4 estão representados os principais elementos de uma bancada

Figura 4 - Principais elementos de uma bancada na lavra a céu aberto



Fonte - Iramina (2015)

Neste método de lavra há três tipos básicos de operações unitárias: o desmonte, o carregamento e o transporte de material (tanto de estéril, quanto de minério), que são realizados por diferentes equipamentos. O estéril é normalmente depositado em pilhas nos arredores da mina. Aqui se destaca a principal diferença deste método para a lavra em tiras: nela o estéril é depositado em camadas adjacentes às camadas de extração, não havendo os diferentes níveis de bancadas (GIRODO, 2005).

A lavra em bancadas pode ser realizada em duas formas distintas: em cava e em meia encosta. Sua principal diferença é a cota na qual elas ocorrem: ao passo em que a cava ocorre abaixo da cota média do local, a meia encosta ocorre acima

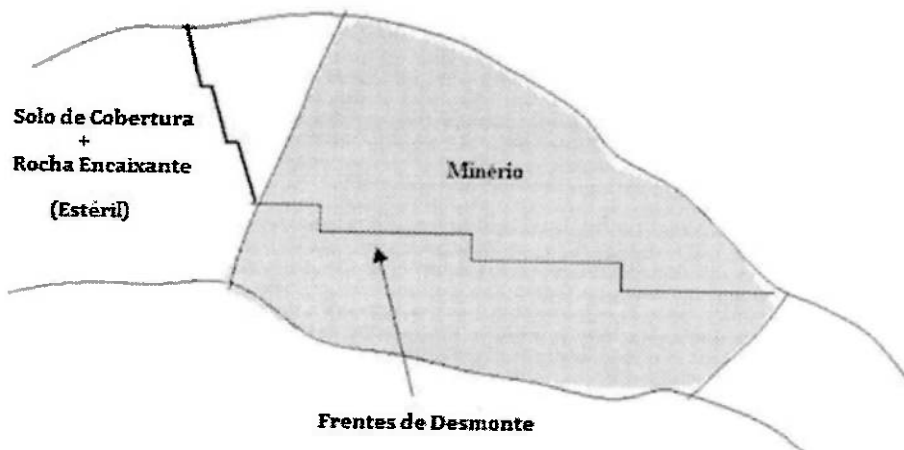
dela. Assim, enquanto o primeiro tipo consiste em um grande reservatório, sendo necessário drenar a água local, no segundo tipo, a água flui naturalmente. A situação está ilustrada nas figuras 5 e 6.

Figura 5 - Lavra em cava



Fonte - Adaptado de IGM – Instituto Geológico e Mineiro (1999)

Figura 6 - Lavra em meia encosta



Fonte - Adaptado de IGM – Instituto Geológico e Mineiro (1999)

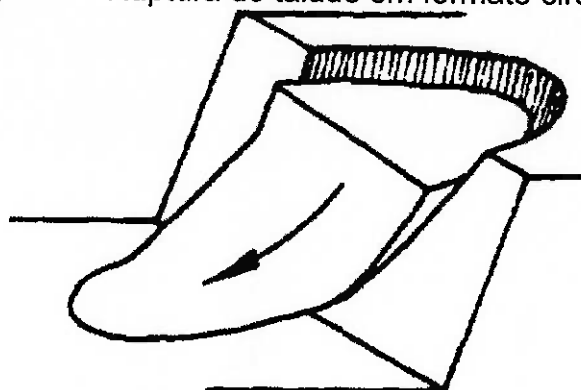
## 2.4 MECANISMOS DE RUPTURA DE TALUDES

Há várias maneiras possíveis pelas quais pode ocorrer a ruptura de um talude em solo ou rocha, dentre as quais podemos destacar os deslizamentos por mecanismos complexos em superfícies circulares, a ruptura circular em solo ou em rocha, os escorregamentos por planos ou cunhas, os tombamentos e a queda de blocos. Nesta pesquisa será analisada somente a ruptura circular em maciços rochosos fraturados (HOEK; BRAY, 1981).

### 2.4.1 Ruptura circular em solo ou rocha

Este mecanismo pode ocorrer em solos ou maciços rochosos muito fraturados, também constituídos de rocha alterada ou com baixa coesão, nos quais se verifica uma ruptura ao longo de uma superfície de formato conchoidal, sendo aproximada, para sua análise, por uma superfície em formato circular. Na mineração, este tipo de ruptura pode ocorrer em cavas, pilhas de estéril e barragens de rejeito. A situação está ilustrada na figura 7.

Figura 7 - Ruptura do talude em formato circular



Fonte – Adaptado de Hoek e Bray (1981)

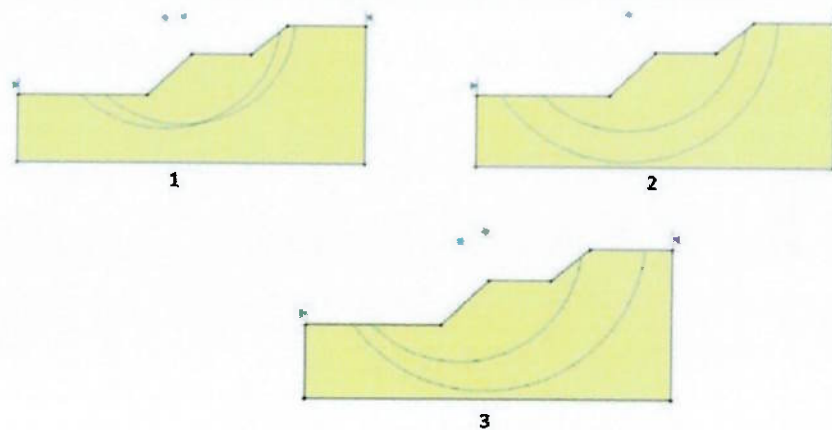
Associados a este tipo de ruptura estão parâmetros como: a altura e o ângulo da face do talude, a resistência ao cisalhamento dos materiais ao longo da superfície de ruptura, a distribuição da água subterrânea no talude e potenciais sobrecargas e carregamentos decorrentes de terremotos ou detonação de explosivos.

Métodos de equilíbrio limite bidimensionais, que podem incluir uma busca automática da superfície crítica de ruptura, são utilizados em estudos para se estimar o fator de segurança. Análises probabilísticas, métodos de equilíbrio limite tridimensionais ou análises numéricas são ocasionalmente utilizados para investigar estes problemas em taludes.

A configuração da superfície circular de ruptura depende de vários aspectos associados ao maciço rochoso. O raio e o posicionamento espacial do centro da circunferência dependem das características dos materiais presentes. Normalmente, em maciços nos quais o padrão de fraturamento da rocha é mais homogêneo, a superfície de ruptura tende a se formar com o raio elevado e centro afastado da face do talude, ao passo que em maciços com padrão de

fraturamento mais heterogêneo, a superfície de ruptura costuma se formar com centro próximo à face e com raio reduzido (HOEK; BRAY, 1981). A figura 8 permite a visualização de diferentes possibilidades para a superfície de ruptura circular.

Figura 8 - Diferentes superfícies de ruptura com: 1) Mesmos raios; 2) Mesmos centros; 3) Raios e centros diferentes



Fonte - Elaboração própria

Hoek (1998) recomenda adotar um fator de segurança maior do que 1,3 para taludes provisórios com mínimo risco de dano e maior do que 1,5 para taludes permanentes com risco de dano significativo.

## 2.5 CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

Este critério é utilizado para estimar a resistência da rocha à ruptura quando solicitada por esforços de compressão, tração e/ou cisalhamento. Tendo como base critérios mais simples, como os de Rankine e Tresca, este critério propõe um modelo no qual a ruptura é esperada quando uma combinação linear da tensão normal e da tensão de cisalhamento atuantes sobre um dado plano na rocha atingir um valor crítico.

Segundo Hoek e Bray (1981), o critério pode ser expresso de duas formas: em termos das tensões principais que atuam sobre a rocha ( $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ ) ou em termos das tensões normal e de cisalhamento ( $\sigma_n$  e  $\tau$ ). Tem como parâmetros a coesão ( $c$ ) e o ângulo de atrito interno da rocha ( $\phi$ ). Assim, o critério pode ser expresso como:

$$\sigma_1 = a\sigma_3 + b \quad (1),$$

Onde a e b são constantes determinadas a partir de ensaios mecânicos, ou:

$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi \quad (2)$$

Onde  $\varphi$ , ângulo de atrito interno da rocha, é dado por:

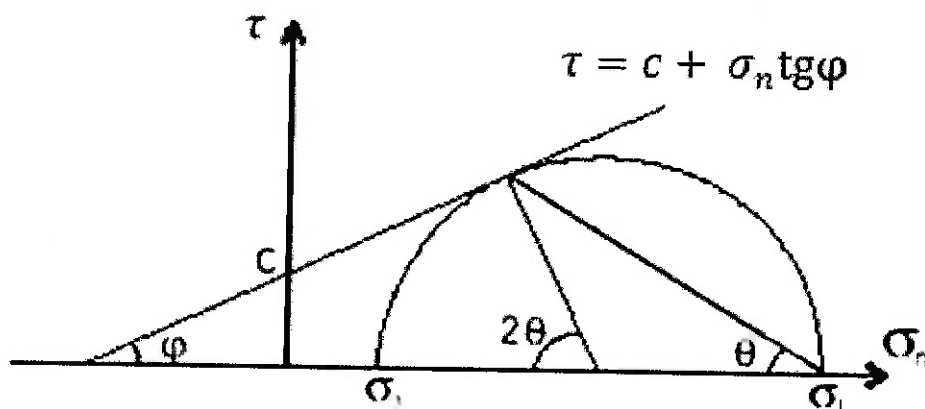
$$\varphi = \arcsen \frac{a-1}{a+1} \quad (3)$$

E c, coesão da rocha, é dada por:

$$c = \frac{b}{2\sqrt{a}} \quad (4)$$

A figura 9 mostra a representação gráfica do critério de Mohr-Coulomb, onde se pode visualizar a relação entre as tensões principais, o ângulo de atrito interno da rocha e a coesão.

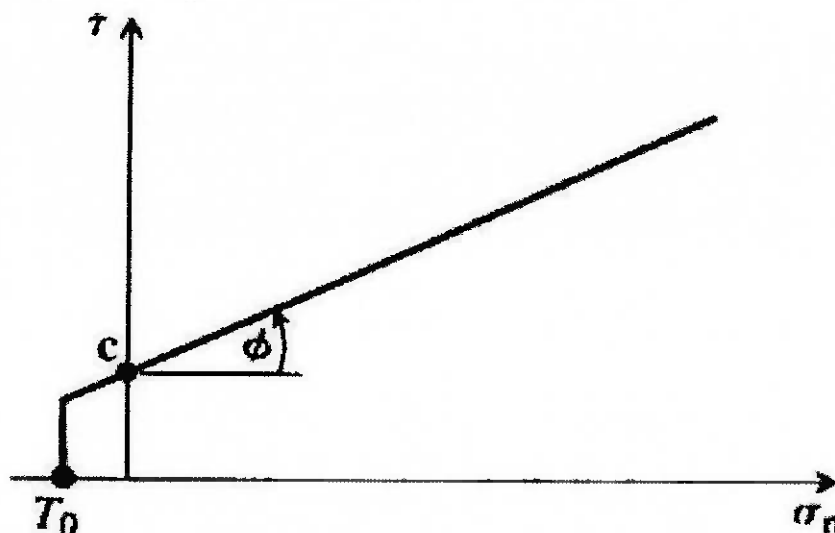
Figura 9 - Esquemática do critério de Mohr-Coulomb



Fonte – Adaptado de Hoek e Bray (1981)

Este modelo tende a superestimar a resistência à tração da rocha, o que representa um problema para o projeto de obras de Engenharia. Assim, é normal se considerar um valor limite para resistência à tração ( $T_0$ ), baseando-se em resultados experimentais, e truncar a curva, como está representado na figura 10.

Figura 10 - Ajuste do critério de Mohr-Coulomb



Fonte – Adaptado de Hoek e Bray (1981)

## 2.6 VARIABILIDADE NATURAL DOS PARÂMETROS

Na mineração, as atividades de escavação são realizadas em solo e rocha, que são materiais naturais, de modo que é comum que se observe variações em suas propriedades oriundas da diversidade de fatores atuantes na gênese de cada maciço terroso ou rochoso em particular, tais como: tectonismo, metamorfismo, processos erosivos, de transporte e deposicionais. Isto faz com que ocorra uma variabilidade espacial inerente, ou seja, as propriedades dos materiais adquirem caráter regionalizado, deixando de ser variáveis aleatórias (CAO; WANG; LI, 2017).

Além disso, há erros inerentes aos processos de amostragem e medição, empregados na etapa de caracterização dos materiais e no emprego de modelos de análise, sendo que a soma de todos os erros deve ser levada em conta no emprego do método de análise da condição de estabilidade das escavações minerais para que sejam obtidos resultados mais próximos da realidade (CAO; WANG; LI, 2017).

## 2.7 PRESENÇA DE ÁGUA SUBTERRÂNEA

Um importante fator a se considerar no estudo da estabilidade de taludes é o fluxo de água ou soluções minerais através das descontinuidades do maciço rochoso. Os fluidos podem advir de chuvas, do lençol freático presente na região em que

se encontra o talude ou de fluidos retidos naturalmente pela porosidade das rochas (HOEK; BRAY, 1981).

O estudo da influência da água sobre a condição de estabilidade de um talude se mostra crucial também pelo fato de ser um dos poucos parâmetros sobre os quais se é possível realizar intervenções em uma obra. Segundo Hoek e Bray (1981), é possível realizar a drenagem dessa água subterrânea ao longo da vida da mina a fim de se aumentar a condição de estabilidade da escavação.

A presença da água é representada no talude por meio de uma linha piezométrica, que denota sua distribuição no mesmo. A análise deste parâmetro sobre a estabilidade do talude é muitas vezes realizada separadamente dos outros parâmetros, visto que sua influência sobre o talude se mostra mais complexa de ser avaliada.

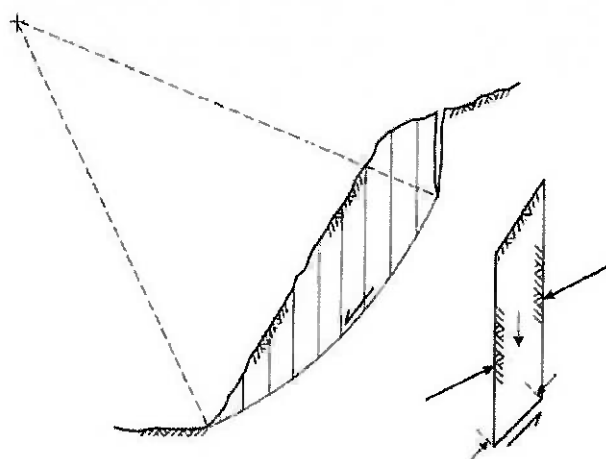
## 2.8 MÉTODOS PARA A ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE DE TALUDES

Existem várias metodologias disponíveis para a análise do problema em questão, dentre as quais se pode citar os métodos: analítico (ou de solução fechada), equilíbrio limite de forças, numérico, empírico, analogias e modelos físicos. Aqui será dado destaque aos métodos de Fellenius (Equilíbrio Limite de Forças) e o dos Elementos Finitos (numérico), pois se constituem nas metodologias adotadas para a pesquisa.

### 2.8.1 Método de Fellenius (Método do Equilíbrio Limite de Forças)

Várias metodologias foram propostas para o equacionamento da ruptura circular, dentre as que partem de princípios mais simples está o Método de Fellenius, também conhecido como Método das Fatias ou Método Sueco. Este consiste em dividir a região em que ocorre a ruptura em “fatias” e realizar um balanço dos momentos atuantes sobre cada uma, de modo que este balanço fornecerá o valor do Fator de Segurança do talude. Na figura 11 está representada a vista lateral do problema, na qual os componentes de força atuantes sobre uma fatia estão ilustrados (HOEK; BRAY, 1981).

Figura 11 - Esquematização da análise do método de Fellenius para a ruptura circular



Fonte – Adaptado de Hoek e Bray (1981)

Os principais parâmetros para esta análise, com suas unidades no Sistema Internacional de Unidades, são:  $W_i$ : peso da fatia por unidade de sua largura, calculado como o produto entre o peso específico da rocha e sua área lateral, expresso em N/m;  $l_i$ : comprimento da base de cada fatia, expresso em m;  $\alpha_i$ : ângulo de cada fatia em relação ao plano horizontal, expresso em graus;  $c$ : coesão da rocha, expresso em Pa;  $\phi$ : ângulo de atrito interno da rocha, expresso em graus;  $U$ : pressão neutra exercida pela água, expressa em Pa e  $R$ : raio da superfície circular de ruptura, expresso em m.

O Fator de Segurança é calculado por:

$$FS = \frac{N1}{N2} \quad (5)$$

Sendo  $N1$  a somatória dos momentos resistentes e  $N2$  a somatória dos momentos solicitantes, onde:

$$N1 = R \sum [cl_i + (W_i \cos \alpha_i - U l_i) \operatorname{tg} \phi] \quad (6)$$

E

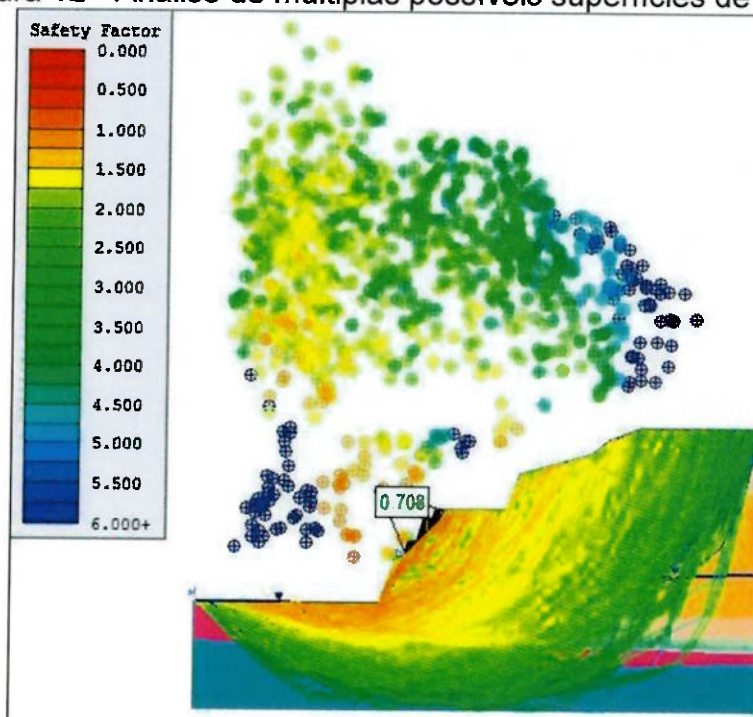
$$N2 = R \sum W_i \operatorname{sen} \alpha_i \quad (7)$$

Uma vez que o raio R aparece multiplicando tanto o termo N1, como o termo N2, o fator de segurança é calculado pela fórmula 8, independente do valor do parâmetro.

$$FS = \frac{\sum [c l_i + (W_i \cos \alpha_i - u l_i) \tan \varphi]}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (8)$$

Programas de computador especializados realizam adicionalmente, para um conjunto de parâmetros de entrada, o mapeamento de múltiplas possíveis superfícies de ruptura e, assim, determinam a superfície crítica, ou seja, aquela com o menor Fator de Segurança. Este mapeamento está ilustrado na figura 12.

Figura 12 - Análise de múltiplas possíveis superfícies de ruptura



Fonte - Elaboração própria

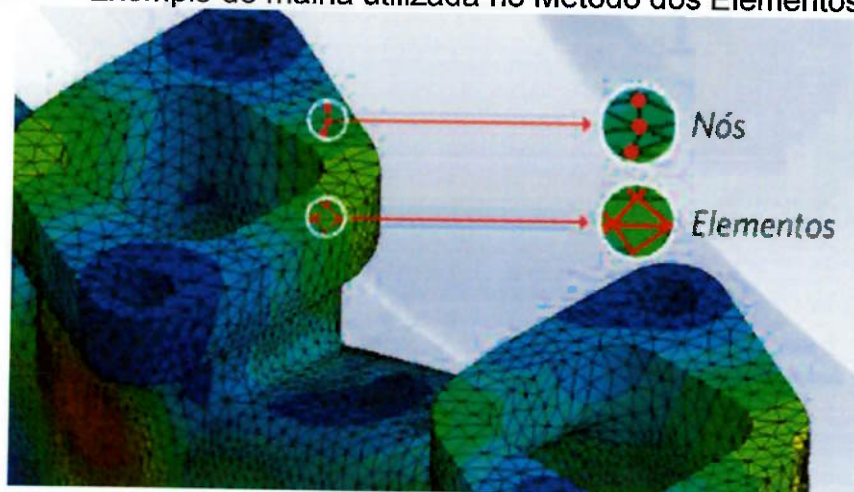
### 2.8.2 Método dos Elementos Finitos – MEF (Método Numérico)

O MEF é um método numérico de análise de tensões e deformações utilizado em diferentes áreas da Engenharia em razão de sua versatilidade. Consiste na transformação de um problema de alta complexidade em um sistema de equações diferenciais a ser resolvido por meio de métodos numéricos computacionais. Problemas relacionados à análise de estruturas e, particularmente no caso da mineração, análises da condição de estabilidade de

taludes, que possuem múltiplas variáveis a serem analisadas em espaços contínuos, são simplificados através da discretização do espaço em questão.

Segundo Farshidfar e Nayeri (2015), no MEF é utilizada uma malha discreta a fim se representar um espaço contínuo, de modo que as múltiplas variáveis do problema sejam atribuídas a elementos de dimensões finitas, o que dá nome ao método. Estes elementos podem assumir formatos geométricos específicos, como o triangular e o quadrangular, sendo que os pontos de contato entre estes elementos são denominados “nós”. Ao conjunto dos elementos e de seus nós dá-se o nome de “malha”, como pode ser visualizado na figura 13 (MIRLISENNA, 2016).

Figura 13 - Exemplo de malha utilizada no Método dos Elementos Finitos



Fonte - Mirlisenna (2016)

Em uma análise estrutural, tensões e deformações são determinadas para cada “nó” da malha de elementos finitos, de forma que ao se analisar o conjunto, é possível determinar o comportamento do objeto em estudo. A precisão do método está diretamente relacionada à qualidade da malha, ou seja, quanto maior o número de elementos e nós utilizados, maior será a precisão, aumentando-se também o tempo necessário para se computar todo o modelo (MIRLISENNA, 2016).

No caso da mineração, na análise de problemas de estabilidade de taludes, o método permite representar situações em que muitas variáveis estão envolvidas, e possibilita um estudo das deformações que ocorrem no talude, ao contrário de

outros métodos que consideram apenas a ruptura ao longo de uma superfície rígida sem deformações, o que também auxilia no acompanhamento frequente dos taludes em uma mina (FARSHIDFAR; NAYERI, 2015).

Outra vantagem deste método é que este permite a identificação direta da superfície crítica de ruptura. Métodos como o de Fellenius, permitem a análise de múltiplas superfícies de ruptura e a partir daí é possível selecionar a com menor valor do Fator de Segurança. Isto também constitui uma melhor representação da realidade (FARSHIDFAR; NAYERI, 2015).

### 2.8.3 Método da *Shear Strength Reduction*

Segundo Farshidfar e Nayeri (2015), uma técnica comumente utilizada na resolução de problemas de Engenharia que envolvem o MEF se baseia na aplicação do equilíbrio limite de forças a cada nó da malha e o cálculo de Fatores de Segurança individuais que são então utilizados em um processo iterativo de correção da coesão e do ângulo de atrito interno da rocha, através das fórmulas 9 e 10.

$$c' = \frac{c}{FS} \quad (9)$$

$$(\tan \phi)' = \frac{\tan \phi}{FS} \quad (10)$$

Este processo é repetido até que se chegue a valores de  $c'$  e de  $(\tan \phi)'$  que conduzam à ruptura, sendo que para este caso se obtém o Fator de Segurança crítico (ou global). Uma vez que o Fator de Segurança é calculado como a razão entre a resistência ao cisalhamento e a tensão cisalhante atuante, este método é conhecido como *Shear Strength Reduction* (Redução da Tensão Cisalhante), sendo que o Fator de Segurança calculado pelo método é chamado de *Shear Strength Factor* (Fator de Tensão Cisalhante).

### 2.8.4 Análise estatística pelo Método de Monte Carlo

Esta análise é um método estocástico, ou seja, um método que visa estudar o comportamento de um fenômeno para conjuntos de dados de entrada correspondentes aos parâmetros, ao invés de um valor único para cada um

individualmente. Medidas estatísticas como média e variância, são obtidas como resultados a partir da aplicação do conjunto de dados de entrada às várias metodologias de cálculo (MACHADO; FERREIRA, 2012).

O método parte de populações de dados “conhecidas”, ou seja, populações cujos valores de média e de variância são conhecidos, e realiza simulações entre os múltiplos possíveis valores dos parâmetros, a fim de se estudar a distribuição estatística dos resultados (MACHADO; FERREIRA, 2012).

O método de Monte Carlo se constitui, então, em uma ferramenta que pode ser associada a qualquer um dos métodos empregados na análise da condição de estabilidade dos taludes descritos anteriormente.

### 2.8.5 Avaliação da probabilidade de ruptura

Segundo Cao, Wang e Li (2017), análises probabilísticas associadas a estudos de confiabilidade da estabilidade de taludes permitem a avaliação da sua probabilidade de ruptura, sendo esta relacionada a níveis esperados de desempenho. Os níveis de desempenho propostos pelo método de *Corps of Engineers* para a análise de taludes em solo estão apresentados no quadro 1.

Quadro 1 - Relação entre a probabilidade de ruptura e o nível de desempenho esperado para um talude em solo, segundo o método de *Corps of Engineers*

Probabilidade de Ruptura (%)	Nível de desempenho esperado
16	Perigoso
7	Insatisfatório
2,3	Ruim
0,6	Abaixo da média
0,1	Acima da média
0,003	Bom
0,00003	Alto

Fonte - Cao, Wong e Li (2017)

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 MATERIAIS

A pesquisa visa o estudo da condição de estabilidade de um talude de mina a céu aberto por meio da construção de diferentes modelos matemáticos de análise, de forma que os materiais necessários são os valores para os parâmetros estudados, retirados da literatura e programas computacionais adequados para o manejo dos mesmos, através de funções e gráficos.

Os programas utilizados são:

- *Slide*, da *Rocscience*, que permite o projeto de taludes com características variadas e o estudo da ocorrência da ruptura circular.
- *Phase2*, da *Rocscience*, que permite o estudo da ruptura circular através do Método dos Elementos Finitos.

Também foram utilizados:

- Microsoft Excel, que possibilita um fácil manejo e confecção de planilhas, bem como, de gráficos referentes às mesmas.
- Para eventuais edições de imagens, foi utilizado o software *PhotoFiltre Studio*, que permite um rápido tratamento de imagens.

#### 3.2 MÉTODOS

A metodologia para a análise da ruptura circular consiste na série de atividades descritas a seguir:

- 1) Construção de um Modelo Base para a análise da condição de estabilidade de um talude típico de mineração, segundo o método de Fellenius, utilizando o programa *Slide* da *Rocscience*, com a definição da superfície de ruptura e a determinação do Fator de Segurança.

- 2) Análise da sensibilidade do Fator de Segurança para a variação da coesão  $c$  e do ângulo de atrito interno  $\phi$  da rocha, utilizando o programa *Slide* da *Rocscience*, segundo o método de Fellenius.
- 3) Análise estatística utilizando o método de Monte Carlo para estudar o impacto das incertezas a respeito da coesão e do ângulo de atrito interno da rocha sobre o Fator de Segurança, segundo o método de Fellenius.
- 4) Análise da sensibilidade do Fator de Segurança para a variação da presença da água subterrânea ao talude.
- 5) Análise do Modelo Base por meio do MEF aplicando o método do *Shear Strength Reduction*, utilizando o software *Phase2*, da *Rocscience*, obtendo-se um valor do *Shear Strength Factor* e comparando-o com o valor do Fator de Segurança obtido no item 1.
- 6) Análise de deformações para o Modelo Base segundo o MEF com a identificação da tendência de deslocamento do talude e formação da possível superfície de ruptura.

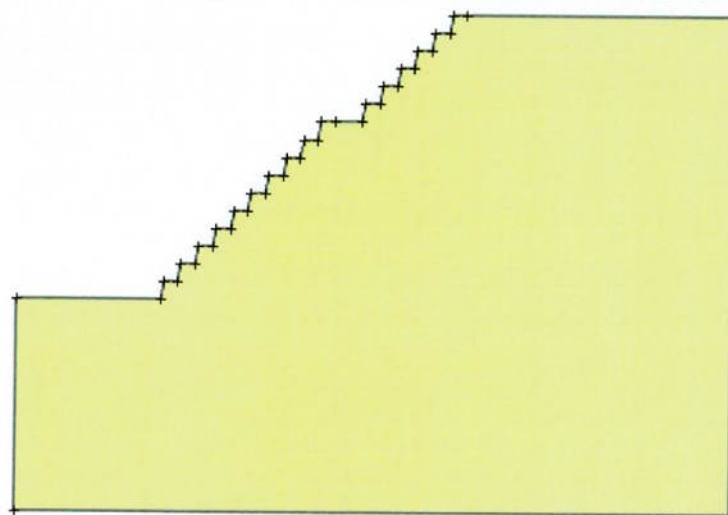
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ANÁLISE PELO MÉTODO DE FELLENIUS

#### 4.1.1 Análise do Modelo Base

Utilizando o programa *Slide* da *Rocscience* foi construído um modelo que simula um talude com configuração semelhante à de taludes encontrados em cavas de mineração, possuindo: 16 bancadas de 10 m de altura cada, de modo que a altura total seja de 160 m; bermas de aproximadamente 8 m, com exceção de uma berma mais larga que mede 23 m localizada entre o décimo e décimo primeiro taludes, contados a partir do nível inferior; ângulo de cada bancada com a direção horizontal de  $80^\circ$  e ângulo geral do talude de  $44,43^\circ$ . Na figura 14 está apresentada uma vista lateral do talude em questão.

Figura 14 - Vista lateral do talude analisado no Modelo Base



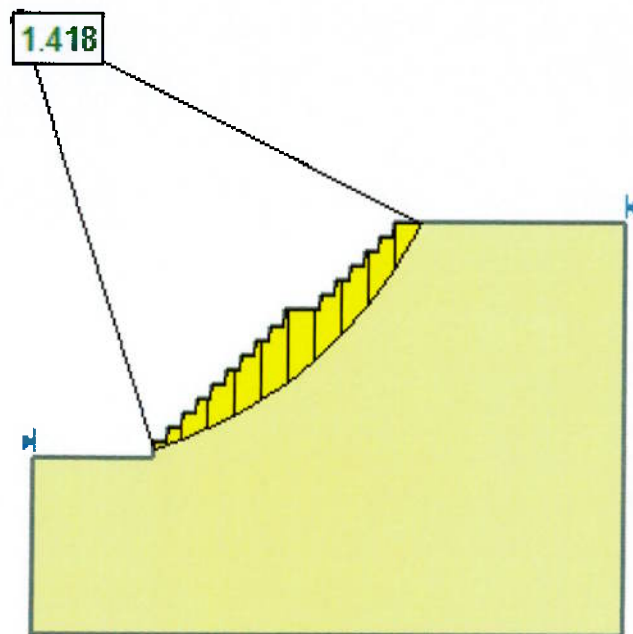
Fonte - Elaboração própria

Fixada esta geometria, os parâmetros utilizados para a análise são: a coesão da rocha ( $c$ ), o ângulo de atrito interno ( $\phi$ ), o peso específico ( $\gamma$ ) e a pressão neutra exercida pela água ( $U$ ), sendo retirados da literatura e correspondendo a valores típicos para rochas alteradas em maciços rochosos fraturados. São eles:  $c = 20$  kPa,  $\phi = 48^\circ$ ,  $\gamma = 28$  kN/m<sup>3</sup> e  $U = 0$  kPa (talude totalmente seco). O número de fatias consideradas no cálculo, segundo o método de Fellenius, é de 10.

A superfície selecionada para a análise é a apresentada na figura 15. Uma análise preliminar aponta que existem outras superfícies com menor Fator de Segurança, entretanto estas rupturas são localizadas e mobilizam menor volume de rocha, de modo que foi escolhida para a análise, uma superfície que abrange todo o talude, pois o rompimento desta impactará drasticamente o processo de lavra e a segurança da operação.

O Fator de Segurança obtido para a superfície em estudo é de 1,418, valor acima do recomendado por Hoek e Bray (1981) para garantir a estabilidade de taludes provisórios quanto a ruptura circular (1,3), mas insuficiente para um talude permanente (1,5).

Figura 15 - Superfície de ruptura analisada, visualizada no programa Slide



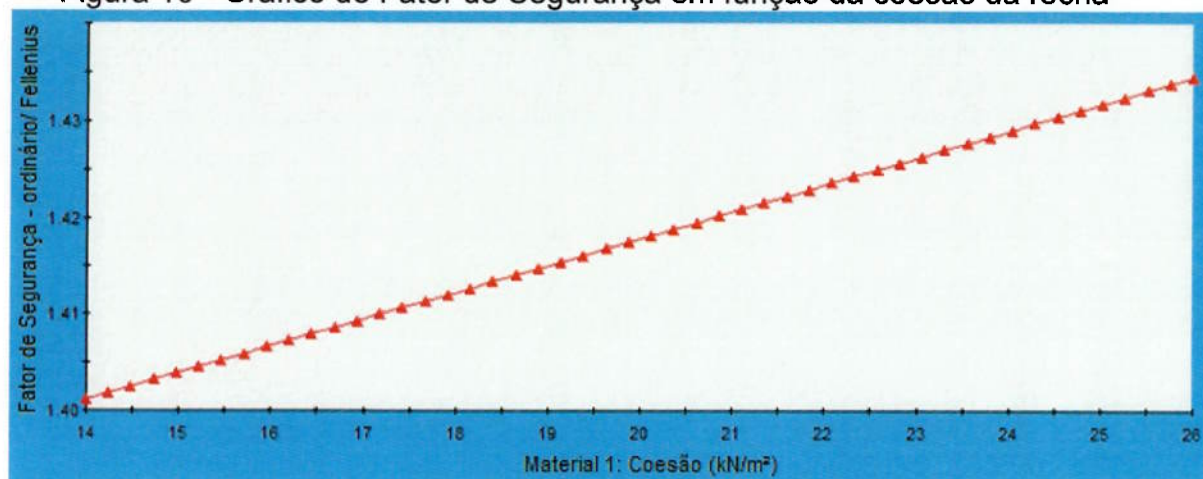
Fonte - Elaboração própria

#### 4.1.2 Análise de sensibilidade para o Modelo Base

Esta análise estuda a influência de 2 importantes parâmetros: a coesão e o ângulo de atrito interno da rocha sobre o Fator de Segurança da rocha. A superfície de ruptura é mantida fixa.

A influência da variação da coesão é próxima à linear e não é tão pronunciada sobre o Fator de Segurança, uma vez que este não sofre uma variação muito grande, para uma grande variação da coesão. O fenômeno está representado na figura 16. Variando-se a coesão de 14 a 26 kPa, o Fator de Segurança varia de 1,40 a 1,435, de forma que, mesmo para um valor nulo de coesão, o Fator de Segurança não se torna unitário, o que corresponde ao limite da condição de estabilidade.

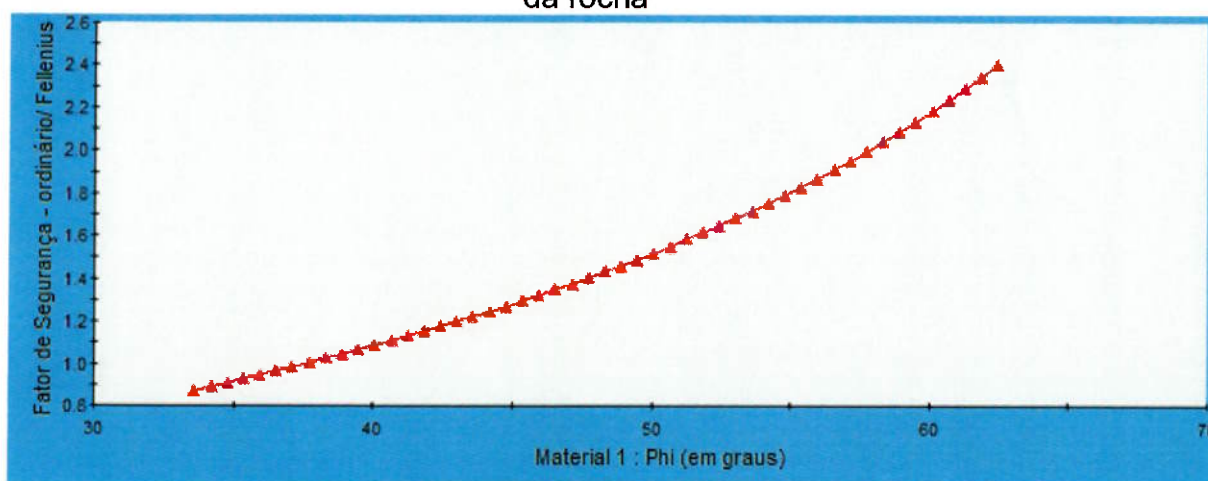
Figura 16 - Gráfico do Fator de Segurança em função da coesão da rocha



Fonte - Elaboração própria

A influência da variação do ângulo de atrito interno da rocha também apresenta certa linearidade em sua variação na faixa entre  $34^\circ$  e  $45^\circ$ , na qual o Fator de Segurança varia de 0,85 a 1,25. Para valores maiores do ângulo, a variação não é mais linear, sendo que para a faixa entre  $45^\circ$  e  $62^\circ$  o valor do Fator de Segurança varia de 1,25 a 2,4. Assim, pode-se dizer que, mesmo na região onde a variação é menor, o fator ainda é muito sensível ao ângulo de atrito interno da rocha. O valor do ângulo de atrito interno que torna o Fator de Segurança unitário é de  $38,06^\circ$ , não muito distante dos  $48^\circ$  utilizados no Modelo Base. O comportamento em questão está representado na figura 17.

Figura 17 - Gráfico do Fator de Segurança em função do ângulo de atrito interno da rocha



Fonte - Elaboração própria

O ângulo de atrito é portanto um parâmetro importante para a análise e deve assim, receber maior atenção, ou seja, a sua adequada determinação experimental deve ser garantida.

#### 4.1.3 Análise probabilística

A probabilidade de ruptura pode ser calculada por meio de simulações estatísticas pelo método de Monte Carlo, como o quociente entre o número de casos em que ocorre ruptura (Fator de Segurança menor que 1) e o número total de casos da simulação. Para tal, foram variados a coesão e o ângulo de atrito interno da rocha, sendo que ambos foram substituídos por distribuições normais com média igual ao valor utilizado no Modelo Base e desvio padrão como sendo igual à média multiplicada por um coeficiente de variação de 10 %, visando representar a associação entre a variabilidade natural da rocha e os erros experimentais de determinação destes parâmetros. Os valores obtidos para o Fator de Segurança estão apresentados no histograma da figura 18.

Figura 18 - Histograma da distribuição de frequências do Fator de Segurança obtido na análise de Monte Carlo



Fonte - Elaboração própria

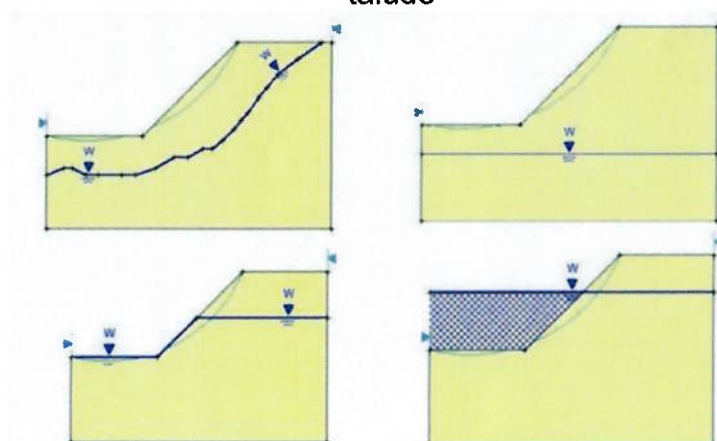
A probabilidade de ruptura fornecida pela análise probabilística é de 1,9%, o que indica que mesmo um talude com Fator de Segurança de 1,418 pode apresentar uma probabilidade de ruptura considerável, dependendo da variabilidade associada aos parâmetros de entrada. Segundo o método de *Corps of Engineers* para a análise de estabilidade de taludes em solo, uma probabilidade de ruptura de 1,9% (próxima a 2,3%) indica uma condição de estabilidade ruim.

Apesar de o método especificar níveis de desempenho esperados para taludes compostos de solo, sua aplicação ao problema em estudo se mantém válida em razão de fatores que contribuem para que este talude possa ter um nível de desempenho melhor: o caráter provisório do talude estudado (pois a evolução da lavra modifica continuamente o talude) e o próprio processo de lavra, que permite que atividades de controle da estabilidade do talude sejam executadas continuamente.

#### 4.1.4 Análise da influência da água sobre o talude

A influência exercida pela água será analisada separadamente dos outros fatores em razão da sua maior complexidade. Este parâmetro não pode ser representado por um simples valor, devido às diferentes posições que o nível da água pode assumir dentro do talude, como está exemplificado na figura 19.

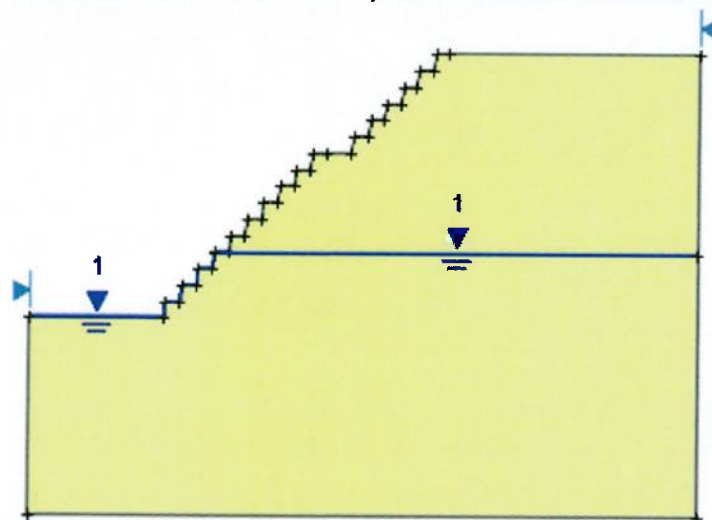
Figura 19 - Representação de diferentes posições da linha piezométrica no talude



Fonte - Elaboração própria

Dessa forma, é necessário definir uma metodologia de análise para a influência exercida pela água. Por simplicidade, foram consideradas apenas linhas piezométricas horizontais e no interior do talude, com trechos que acompanham sua superfície e o prolongamento da linha das bancadas, como está apresentado na figura 20.

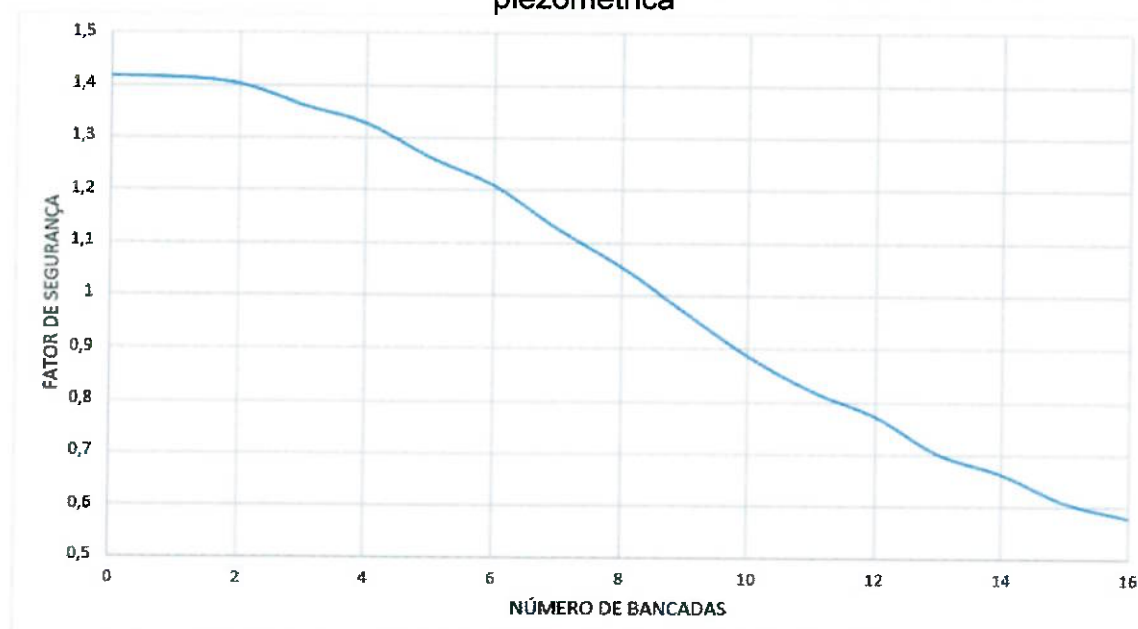
Figura 20 - Representação da situação na qual o talude está parcialmente saturado com uma linha piezométrica horizontal



Fonte - Elaboração própria

A análise de sensibilidade para este caso foi feita variando-se a altura da linha piezométrica para cada bancada (correspondentes a um passo de 10 m relativo à altura das bancadas) e calculando-se os valores dos Fatores de Segurança correspondentes. A análise está apresentada no gráfico da figura 21.

Figura 21 - Variação do Fator de Segurança em função da posição da linha piezométrica



Fonte - Elaboração própria

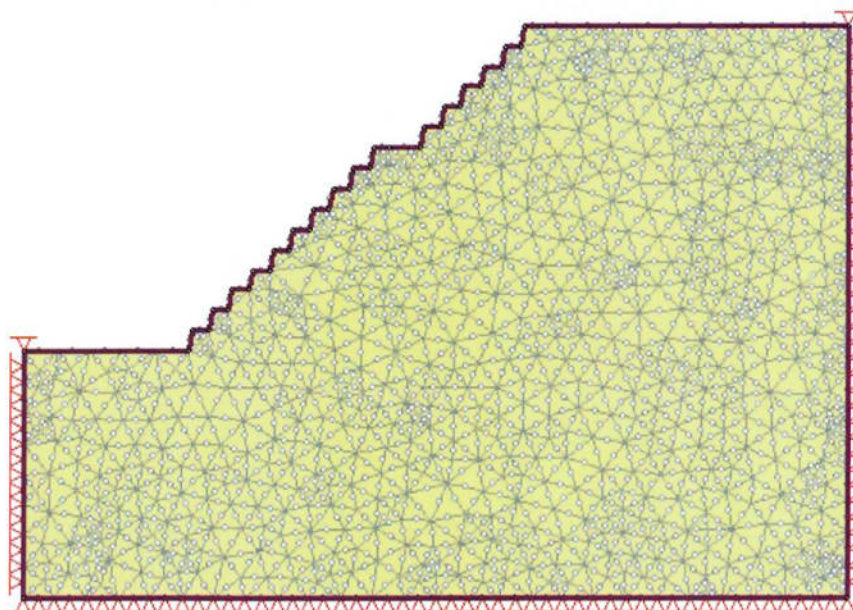
Observa-se que para a altura da linha piezométrica correspondente à base do talude (número de bancadas igual a 0) o valor do Fator de Segurança é de 1,418,

igual ao obtido no Modelo Base considerando um talude seco. É possível se observar também uma variação decrescente do Fator de Segurança em função da posição da linha piezométrica no talude, medida a partir da sua base. Esta relação é esperada pois um aumento do nível de água no talude aumenta a pressão exercida por esta, o que contribui para diminuir a estabilidade do talude. O Fator de Segurança se torna inferior a 1 entre um número de bancadas de 8 e 9.

#### 4.2 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para esta análise foi construído um modelo de talude com mesmas geometria e parâmetros da análise pelo método de Fellenius. Para o talude em questão foi gerada a malha com elementos triangulares apresentada na figura 22.

Figura 22 - Modelo do talude e malha de elementos finitos utilizada

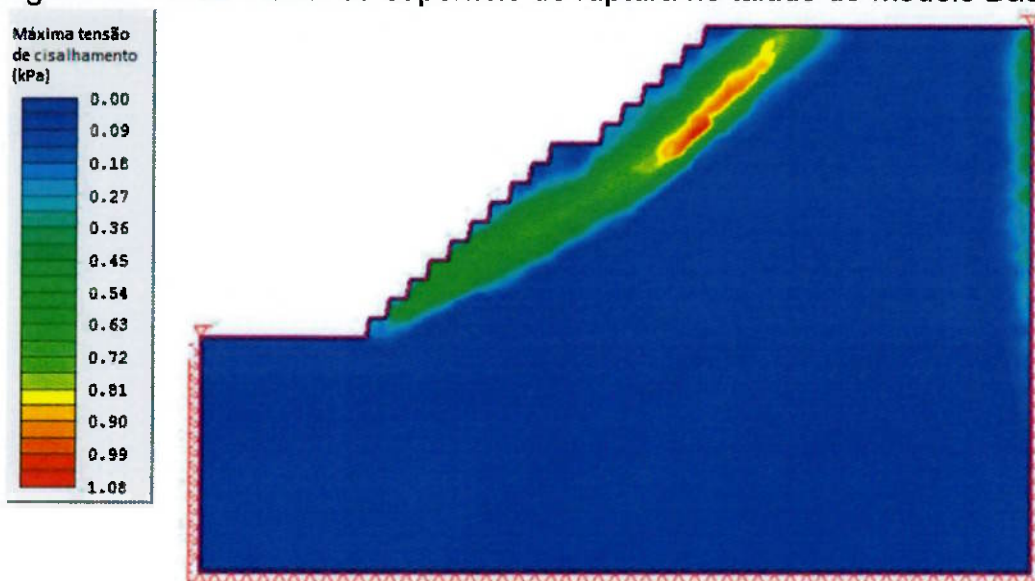


Fonte - Elaboração própria

Para este talude, o *Shear Strength Factor* foi de 1,36, com uma diferença de apenas 0,06 para o Fator de Segurança calculado pelo Método de Fellenius (1,418). Esta diferença é esperada visto que os dois métodos de análise se baseiam em princípios diferentes e assim podem fornecer diferentes valores para o Fator de Segurança.

A superfície de ruptura esperada está apresentada na figura 23, sendo obtida analisando-se a tensão máxima de cisalhamento ao longo do talude.

Figura 23 - Vista lateral da superfície de ruptura no talude do Modelo Base

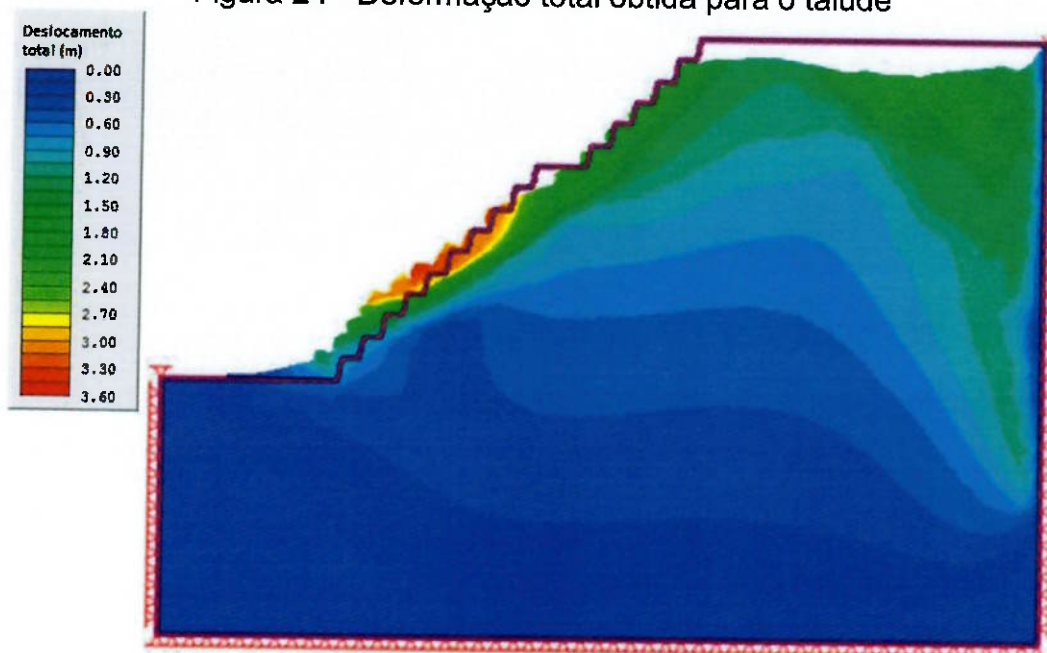


Fonte - Elaboração própria

#### 4.2.1 Análise da deformação do talude

Como dito anteriormente o MEF apresenta a vantagem de permitir o estudo das deformações previstas para o talude, como está apresentado na figura 21, na qual a escala da deformação está exagerada para facilitar a identificação visual da massa de rocha deslocada. É possível observar como a forma do talude será alterada a partir da superfície de ruptura, quais áreas serão mais afetadas e a configuração final esperada para o talude. De acordo com a figura 24, é possível ver que as áreas mais afetadas são as bancadas e a parte superior do talude.

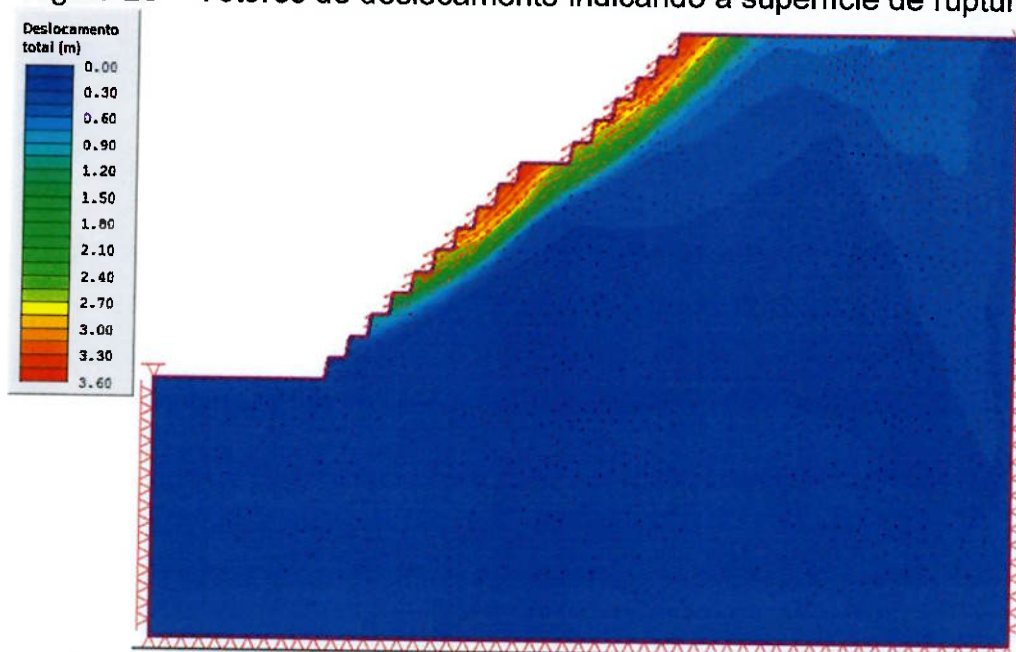
Figura 24 - Deformação total obtida para o talude



Fonte - Elaboração própria

Outra forma de se representar a deformação é por meio dos vetores de deslocamento ligados a cada nó da malha de Elementos Finitos. Pela análise de seu padrão de distribuição é possível identificar a superfície de ruptura com potencial de desenvolvimento, o que pode orientar a instrumentação do talude, quando são medidos os deslocamentos de pontos pré-determinados. Para o talude analisado, os vetores de deslocamento estão apresentados na figura 25.

Figura 25 – Vetores de deslocamento indicando a superfície de ruptura



Fonte - Elaboração própria

## 5 CONCLUSÕES

As análises realizadas tiveram como objetivo estudar a ruptura circular em um talude de cava de mineração em um maciço rochoso muito fraturado. Foram utilizadas duas metodologias para o estudo da ruptura e comparados os resultados obtidos em cada uma.

Para o caso do método de Fellenius, ao se analisar a sensibilidade e a interação entre os parâmetros, bem como, o efeito das incertezas sobre os mesmos utilizando-se o método de Monte Carlo, foi possível observar como a variabilidade natural dos parâmetros influencia a probabilidade de ruptura, tendo grande impacto na realização de um projeto de mineração.

Para o caso do Método dos Elementos Finitos foi possível observar a diferença no enfoque entre este método e o de Fellenius, além da identificação do padrão de deformação esperada para o talude. Nota-se que nesta análise não há a necessidade da definição prévia de uma superfície de ruptura como no caso do método de Fellenius.

Os objetivos propostos foram atingidos no sentido de que foi possível empregar dois métodos diferentes na análise da ruptura circular, comparando-se as diferenças entre os resultados obtidos com os mesmos.

## REFERÊNCIAS

CAO, Z; WANG, Y; Li, D. - **Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis** - Zhejiang University Press and Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017.

CITIZENS COAL COUNCIL - **"Strip Mining" (Lavra em Tiras)**, disponível em Citizens Coal Council: <http://www.citizenscoalcouncil.org/>. Acesso em: 15 out. 2015.

DAMASCENO, C. S. R. **Modelagem Geológica e Geomecânica 3D e Análises de Estabilidade 2D dos Taludes da Mina de Morro da Mina, Conselheiro Lafaiete, MG, Brasil**. Rio de Janeiro, 2008.

FARSHIDFAR, N.; NAYERI, A. 2015. **Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction Method**, *J. Civil Eng. Urban.*, 5 (1): 35-37.

FÉLIX, M. J.; SILVA, D. **Análise de estabilidade de taludes pelo método de equilíbrio limite mestre em engenharia civil – especialização em geotecnia**, Porto, 2013.

GIRODO, A. C. **Mineração: Projeto Apa Sul RMBH – Estudos do Meio Físico**. v. 2. Belo Horizonte, 2005.

HARTMAN, H. L.; MUTMANSKY, J. M. **Introductory mining engineering**. New York: J. Wiley, 2002.

HOEK, E.; BRAY, J. W. **Rock Slope Engineering**. 3. ed. London: The Institution of Mining and Metallurgy, 1981.

HOEK, E. (1998). **Rock Engineering: The Application of Modern Techniques to Underground Design**. CBMR / CBT, São Paulo, SP.

IGM (INSTITUTO GEOLÓGICO E MINEIRO). **Regras de Boa Prática no Desmonte a Céu Aberto**, 1999. Disponível em: <  
<http://www.lneg.pt/CienciaParaTodos/>>. Acesso em: 21 out. 2015.

IRAMINA, W. S. **AULA 1 – Introdução à lavra**. Material de aula da disciplina PMI-3101. São Paulo: EPUSP.2015.

JANBU, D.; SPENCER, E. **Análise de estabilidade de taludes, Mestre em engenharia civil – especialização em geotecnia**. [s.l.: s.n.]. Disponível em: <<https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/64689/1/000151854.pdf>>. Acesso em: 27 maio. 2016.

MACHADO, N. R. S., FERREIRA, A. O. **Método de Simulação de Monte Carlo e Planilha Excel**. Revista de Ciências Gerenciais. Vol. 16, N°. 23, 2012.

MARANGON, M. **Tópicos em Geotecnia e Obras de Terra**. Unidade 04 – ESTABILIDADE DE TALUDES, Juiz de Fora, 2009.

MIRLISENNA, G. **Métodos dos Elementos Finitos: o que é?** Disponível em: <http://www.esss.com.br/blog/2016/01/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>. Acesso em: 12 Jun. 2017.

PATTON, F. D. **Multiple modes of shear failure in rock**. Lisboa, 1, 1966.

RICA, C. **Mapcarta**. Disponível em: <<http://mapcarta.com/>>. Acesso em: 10 out. 2015.

RUSILO, LUIZ CARLOS. **Aplicação da lógica paraconsistente à análise da estabilidade de estruturas em rocha**. São Paulo, 2003.

SANSONE, E.C. **AULA 10 – Comportamento Mecânico – Reologia**. Material de aula da disciplina PMI-2632. São Paulo: EPUSP.2015.

TIME MAGAZINIE - **Open Pit Mining (“Lavra por Bancadas”)**, disponível em Time Photos: <http://www.time.com/time/photogallery/>. Acesso em 17 de Julho de 2015.

TORCISÃO, disponível em < <http://torcisao.ind.br/wp-content/uploads/2016/03/Sanches-e1405586059470.jpg>> Acesso em: 11 de dez. de 2017.